

УДК 621.56/57

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА АККУМУЛЯТОРА ТЕПЛА НА ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ

Умеренков Е.В.

Научный руководитель – доцент Котенко Э.В.

Юго-Западный государственный университет

Эффективное использование тепловой энергии при эксплуатации систем теплоснабжения невозможно без решения проблемы аккумулирования теплоты. В системах теплоснабжения с автономными теплогенераторами мощность системы отопления, как правило, регулируется по температуре отапливаемого помещения путем включения и выключения горелки котла. Следовательно, для наиболее эффективного использования тепловой энергии и повышения уровня комфорта проживания целесообразно проектировать системы отопления с повышенной емкостью. Создание специального бака-аккумулятора представляется наиболее перспективным, поскольку позволяет выравнивать тепловую нагрузку по времени и тем самым экономнее расходовать тепло. Наиболее перспективным представляется использование фазопереходных аккумуляторов тепла (ФПАТ), так как при этом обеспечивается высокая плотность запасаемой энергии, небольшие перепады температур и стабильная температура на выходе из теплового аккумулятора.

Решение задачи отвода теплоты при фазовом переходе предполагает решение сопряженной задачи, включающей двумерную задачу Стефана для затвердевающего теплоаккумулирующего материала (ТАМа) и уравнение теплового баланса теплоносителя. Известно единственное точное аналитическое решение данной задачи (решение Неймана), полученное для полуограниченного массива. Для любых других вариантов одномерной геометрии используются приближенные или численные способы. Применительно к реальным теплообменным аппаратам, работающих на эффекте фазового перехода, ситуация осложняется неоднородностью (как минимум, двумерностью), в условиях которой даже постановка задачи в ее "классическом" виде, с разрывом тепловых потоков на границе фазового перехода, вызывает принципиальные трудности (нами не обнаружено ни одной работы, содержащей подобную формулировку в практически значимом виде). Для решения двумерных задач применяется, как правило, модель "эффективной теплоемкости", адекватность которой требует серьезного обоснования.

Настоящая работа также представляет собой попытку приближенного решения вышеназванной задачи.

Реальные аккумуляторы чаще представляют собой кожухотрубные устройства, в которых единичная ячейка рабочего объема (канал для прокачивания теплоносителя и окружающий его теплоаккумулирующий материал-ТАМ) имеет достаточно четко выраженную аксиальную симметрию. В связи с этим, предлагается подход для приближенной оценки выходной температуры теплоносителя (при разрядке накопителя), основанный на допущении о квазистационарности теплового состояния аккумулятора цилиндрической геометрии.

Рассматривается цилиндрический элемент конечной высоты H , центральная часть которого занята полым каналом (трубкой) радиуса R_1 , а остальной объем - расплавленным ТАМом с одинаковой во всех точках температурой, равной температуре плавления T_f . В начальный момент времени в канал поступает

теплоноситель (хладоагент) , входная температура которого t_1 ниже температуры фазового перехода T_Φ ($t_1 < T_\Phi$). Отвод тепла от затвердевающего ТАМа осуществляется только теплоносителем , так как наружная ($R = R_2$) и торцевые поверхности цилиндра теплоизолированы . Термическими сопротивлениями поверхности теплообмена и пристенного слоя теплоносителя пренебрегаем , полагая , что его температура в любой точке по высоте канала равна минимальной в данном сечении температуре твердой фазы ТАМа .

Задача, схема которой в соответствии с вышеизложенным показана на рисунке, состоит в установлении временного хода температуры теплоносителя на выходе из канала t_2 (τ) . Для ее решения, как и в [5] используем помимо указанных ряд допущений.

1. Сечению, в котором радиус твердой фазы равен среднему $\overline{R_\Phi}$, соответствуют средние температуры теплоносителя \bar{t} (по высоте канала) и твердой фазы ТАМа $\overline{T_T}$ (по ее объему), а также средняя линейная плотность теплового потока q_l (Вт/м). Радиус $\overline{R_\Phi}$ связан с массой твердой фазы M_T очевидным соотношением

$$\pi \cdot H \cdot (\overline{R_\Phi}^2 - R_1^2) = M_T / \rho_T, \quad (1)$$

где ρ_T – плотность затвердевшего ТАМа .

2. Температурный напор $\overline{\Delta t} = T_\Phi - \bar{t}$ интерпретируем как среднее логарифмический, т.е.

$$\overline{\Delta t} = (t_2 - t_1) / \ln [(T_\Phi - t_1) / (T_\Phi - t_2)] . \quad (2)$$

3. Течение теплоносителя квазистационарное, следовательно тепловой поток, отводимый от ТАМа равен

$$Q = c \cdot G \cdot (t_2 - t_1) \quad (3)$$

(c и G теплоемкость и массовый расход теплоносителя соответственно).

4. Распределение температуры твердой фазы по радиусу $T_T(R)$ в сечении по п.1 соответствует одномерному и стационарному (при подвижной границе R_Φ), что позволяет для q_l записать

$$q_l = 2\pi \cdot \lambda_T \cdot (T_\Phi - \bar{t}) / \ln (\overline{R_\Phi} / R_1) ,$$

где λ_T - коэффициент теплопроводности твердой фазы , или с учетом (1)

$$q_l = 4\pi \cdot \lambda_T \cdot \overline{\Delta t} / \ln (1 + M_T / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_T) . \quad (4)$$

С другой стороны, имея в виду, что $Q = q_l \cdot H$, и используя (2) , (3) и (4), для выходной температуры t_2 , теплового потока Q и температурного напора $\overline{\Delta t}$ получим

$$t_2 = T_\Phi - (T_\Phi - t_1) \times \exp \left[- \frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_T}{c \cdot G \cdot \ln(1 + M_T / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_T)} \right]; \quad (5)$$

$$Q = c \cdot G \cdot (T_\Phi - t_1) \times \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_T}{c \cdot G \cdot \ln(1 + M_T / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_T)} \right] \right\}; \quad (6)$$

$$\overline{\Delta t} = (T_\Phi - t_1) \cdot \frac{\left\{ 1 - \exp \left[- \frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_T}{c \cdot G \cdot \ln(1 + M_T / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_T)} \right] \right\}}{\left[\frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_T}{c \cdot G \cdot \ln(1 + M_T / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_T)} \right]}. \quad (7)$$

Для дальнейшего анализа используем также, баланс теплосодержания ФПАТ [5]

$$Q = [c_T \cdot (T_\Phi - \bar{T}_T) + r] \cdot \frac{dM_T}{dt} - M_T \cdot c_T \cdot \frac{\bar{T}_T}{dt}, \quad (8)$$

где c_T и \bar{T}_T - теплоемкость и средняя (по объему) температура твердой фазы ТАМа; r – скрытая теплота фазового перехода.

В соответствии с допущением по п. 4 распределение температуры $T_T(R)$ является логарифмическим

$$T_T = \bar{t} + (T_\Phi - \bar{t}) \cdot \ln(R/R_1) / \ln(\bar{R}_\Phi/R_1),$$

а его усреднение по радиусу (в "среднем" сечении) дает

$$\bar{T}_T = \frac{2}{(R_\Phi^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{\bar{R}_\Phi} R \cdot T_T(R) dR = \bar{t} + (T_\Phi - \bar{t}) \cdot \frac{(\bar{R}_\Phi/R_1)^2}{(\bar{R}_\Phi/R_1)^2 - 1} - \frac{T_\Phi - \bar{t}}{\ln(\bar{R}_\Phi/R_1)^2}$$

или с учетом (1) и (7)

$$\begin{aligned} \bar{T}_T = (T_\Phi - t_1) \cdot \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{4\pi \cdot H \cdot \lambda_T}{c \cdot G \cdot \ln(1 + M_T / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_T)} \right] \right\} \cdot \frac{c \cdot G}{4\pi \cdot \lambda_T \cdot H} \cdot \frac{\pi H \cdot R_1^2 \cdot \rho_T}{M_T} \times \\ \times \left[\frac{M_T}{\pi H \cdot R_1^2 \cdot \rho} - \ln(1 + M_T / \pi \cdot H \cdot R_1^2 \cdot \rho_T) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Наличие (6) и (9) сводят балансовое соотношение (8) к уравнению, содержащему одну зависимую переменную $M_T(\tau)$ (с очевидным начальным условием $M_T(0) = 0$).

При подстановке (6) и (9) в (8) с целью упрощения пренебрегаем изменением площади поверхности теплообмена (и высоты канала H) из-за различия плотностей твердой ρ_T и жидкой $\rho_{ж}$ фаз ТАМа по соотношению

$$H = H_o \cdot [1 - m_T(\tau) \cdot (1 - K\rho)],$$

где H_o – высота расплава в начальный момент времени; $m_T = M_T/M$ – относительная масса (доля) твердой фазы (по отношению к общей, неизменной массе системы M); $K\rho = \rho_T/\rho_{ж}$.

Введем следующие безразмерные комплексы: $Fo = \lambda_T \tau / c_T \rho_T (R_2 - R_1)^2$ – число Фурье; $Ko = r/c_T \cdot (T_\Phi - t_1)$ – критерий Коссовича (полагаем также, что температура теплоносителя на входе t_1 , а также его расход G постоянны); $\rho_2 = R_2/R_1$; $\omega = (cG/2\pi R_1 H_o)/(\lambda_T/R_2 - R_1)$.

С учетом вышеизложенного уравнение относительно безразмерной массы твердой фазы как функции числа Фурье $m_T(Fo)$ может быть представлено в виде ($K\rho = 1$)

$$\begin{aligned} \frac{dFo}{dm_T} = \frac{1}{4} \cdot (1 + \rho_2)^2 \cdot \frac{m_T}{1 + m_T \cdot (\rho_2^2 - 1)} + \frac{\omega \cdot (1 + \rho_2)}{2} \cdot \frac{Ko}{1 - \exp[-\Phi(m_T)]} - \\ - \frac{1}{8} \cdot \frac{(\rho_2 + 1)}{(\rho_2 - 1)} \cdot \frac{[m_T \cdot (1 + \rho_2) - 2\omega / \Phi(m_T)] \cdot \Phi^2(m_T) \cdot \exp[-\Phi(m_T)]}{\omega \cdot [1 + m_T \cdot (\rho_2^2 - 1)] \cdot [1 - \exp[-\Phi(m_T)]]}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{где } \Phi(m_T) = \frac{2\omega \cdot (\rho_2 - 1)}{\ln[1 + m_T \cdot (\rho_2 - 1)]}.$$

Не трудно видеть, что (10) представляет собой уравнение с разделяющимися переменными и допускает решение в квадратурах

$$\begin{aligned} Fo = & \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(\rho_2^2 - 1)} \cdot \left[(1 + \rho_2) \cdot m_T - \frac{2\omega}{(1 + \rho_2) \cdot \Phi(m_T)} \right] + \\ & + \frac{\omega(1 + \rho_2) \cdot Ko}{2} \cdot \int_0^{m_T} \frac{dm_T^*}{1 - \exp[-\Phi(m_T^*)]} - \frac{1}{8\omega} \cdot \frac{(1 + \rho_2)}{(\rho_2^2 - 1)} \times \\ & \times \int_0^{m_T} \frac{[m_T^* \cdot (1 + \rho_2) - 2\omega / \Phi(m_T^*)] \cdot \Phi^2(m_T^*) \cdot \exp[-\Phi(m_T^*)]}{[1 + m_T^* \cdot (\rho_2^2 - 1)] \cdot [1 - \exp[-\Phi(m_T^*)]]} \cdot dm_T^*. \end{aligned} \quad (11)$$

Соотношение (11) определяет временную зависимость (в неявном виде) относительной доли твердой фазы ТАМа, наличие которой позволяет рассчитать выходную температуру теплоносителя по (5) или в безразмерной форме по

$$\theta_2(Fo) = \frac{t_2 - t_1}{T_\Phi - t_1} = 1 - \exp\left\{-\frac{2 \cdot (\rho_2 - 1)}{\omega \cdot \ln[1 + m_T(Fo)(\rho_2^2 - 1)]}\right\}.$$

Наличие взаимосвязи θ_2 и Fo (через относительную массу m_T) позволяет, в свою очередь, определить параметры аккумулятора, обеспечивающие требуемый уровень температуры теплоносителя на выходе из него в течение желаемого времени разрядки.

Таким образом, на основе ряда физически оправданных допущений разработан аппарат, существенно упрощающий задачу проектирования (включая оптимизацию) фазопереходных аккумуляторов теплоты цилиндрической геометрии (кожухотрубного типа).